УДК: 519.71, 629.4.015, 62-752, 534.015
OECD: 02.03.IU, 02.03.PU

Оптимизация резонансных режимов работы вибрационных технологических машин

Елисеев А.В.[1*], Кузнецов Н.К.[2], Миронов А.С.[3]
[1]К.т.н., доцент, доцент кафедры «Математика»,
[2]Д.т.н., профессор, зав. кафедрой «Конструирование и стандартизация в машиностроении»,
[3]Соискатель ученой степени кандидата технических наук,
[1,3]Иркутский государственный университет путей сообщения,
[2]Иркутский национальный исследовательский технический университет,
[1,2,3]г. Иркутск, РФ

Аннотация

Рассматривается проблема оценки, формирования и коррекции динамического качества резонансных режимов работы вибрационных технологических машин для уплотнения бетонных смесей. Цель работы – разработка метода оптимизации параметров механической колебательной системы с двумя степенями свободы, обеспечивающего максимальную ширину резонансного пика амплитудно-частотной характеристики при выполнении требований к резонансным частоте и амплитуде динамической податливости рабочего органа, а также коэффициенту вибрационной передачи на опорную поверхность, отображающему особенности виброизоляции. Используется методология структурного математического моделирования, позволяющая представлять механическую колебательную систему в виде динамически эквивалентной схемы системы автоматического управления и анализировать её с помощью передаточных функций. Для решения задачи предложен графоаналитический подход к минимизации энергетического функционала, характеризующего кривизну амплитудно-частотной характеристики в точке резонанса. В результате численного эксперимента для вибростенда уплотнения бетонной смеси определены оптимальные параметры, обеспечивающие увеличение ширины резонансного пика амплитудно-частотной характеристики в восемь раз при условии выполнения динамических и виброизоляционных требований. Полученные результаты демонстрируют принципиальную возможность повышения динамического качества резонансных режимов без ухудшения их основных эксплуатационных показателей.

Ключевые слова: вибрационная машина, резонансный режим, оптимизация, динамическая податливость, виброизоляция, механическая колебательная система, структурное математическое моделирование

Optimization of resonant operating modes of vibrating technological machines

Eliseev A.V.[1], Kuznetsov N.K.[2], Mironov A.S.[3]*
[1]Ph.D, Associate Professor of the Department of Mathematics,
[2]D.Sc., Professor, Head of the Department of Design and Standardization in Mechanical Engineering,
[3]Academic degree applicant,
[1,3]Irkutsk State Transport University, [2]Irkutsk National Research Technical University,
[1,2,3]Irkutsk, Russia

[*]E-mail: eavsh@ya.ru (Елисеев А.В.)

Abstract

The problem of evaluation, formation and correction of the dynamic quality of resonant operating modes of vibrating technological machines for compaction of concrete mixtures is considered. The aim of the work is to develop a method for conditional optimization of the parameters of a mechanical oscillatory system with two degrees of freedom, which ensures the maximum width of the resonant peak of the amplitude–frequency response while meeting the requirements for the resonant frequency and amplitude of dynamic compliance of the working body, as well as the coefficient of vibration transmission to the support surface, reflecting the features of vibration isolation. The methodology of structural mathematical modeling is used, which makes it possible to represent a mechanical oscillatory system as a dynamically equivalent circuit of an automatic control system and analyze it using transfer functions. To solve the problem, a graphoanalytical approach to minimizing the energy functional characterizing the curvature of the amplitude-frequency response at the resonance point is proposed. As a result of a numerical experiment, optimal parameters have been determined for a concrete compaction stand that ensure an 8-fold increase in the width of the resonant peak of the amplitude-frequency response, provided that dynamic and vibration-proofing requirements are met. The results obtained demonstrate the fundamental possibility of improving the dynamic quality of resonant modes without compromising their basic performance.

Keywords: *vibration machine, resonance mode, optimization, dynamic compliance, vibration isolation, mechanical oscillatory system, structural mathematical modeling*

Введение

Широкое распространение в промышленности получили вибрационные технологические машины, использующие для повышения энергоэффективности режимы резонанса. Примерами служат машины для уплотнения рабочих сред, вибрационные грохоты, мельницы, стенды для динамических испытаний [1-2]. Преимущества резонансных машин выражаются в их энергоэффективности, когда на определенной частоте внешние силовые возмущения вызывают существенные колебания рабочих органов [3-11]. Ключевой недостаток – неустойчивость этого режима, проявляющаяся в «срывах с резонанса» при незначительных изменениях параметров системы или частоты возбуждения, что связано с недостаточной шириной резонансного пика амплитудно-частотной характеристики [12-13].

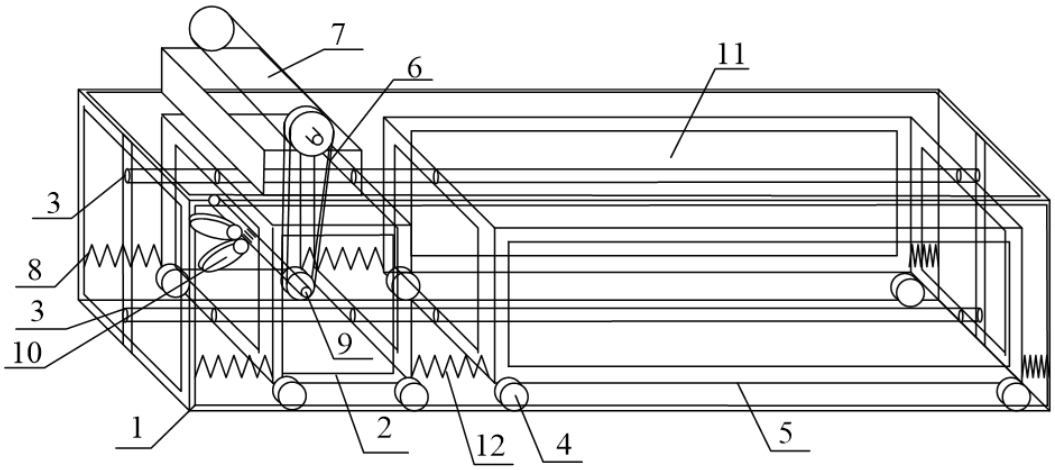
Традиционный подход к расширению резонансного пика за счет увеличения демпфирования неприемлем, так как он напрямую снижает амплитуду колебаний, ухудшая основную рабочую характеристику машины [14-18]. Дополнительно существует проблема обеспечения необходимого уровня виброизоляции, характеризующейся коэффициентом вибрационной передачи возмущений с вибровозбудителя на опорную поверхность [19].

Таким образом, актуальной является задача разработки методов формирования динамического качества, которое, с одной стороны, обеспечивало бы требуемые частоту и амплитуду колебаний рабочего органа, а с другой – увеличивало бы ширину резонансного пика при сохранении заданного уровня виброизоляции. Настоящая статья посвящена оптимизации динамического качества резонансных режимов на основе методологии структурного математического моделирования и методов условной оптимизации.

1 Основные положения. Постановка задачи

Модельный экспериментальный вибрационный стенд представляет собой прямоугольный корпус-каркас, внутри которого установлен рабочий орган в виде короба

6 с бетонной смесью 11 и вибрационный возбудитель 2, снабженный валом 9, передающим движение двум дебалансам 10. Корпус 1, рабочий орган 5 и вибрационный возбудитель 2 соединены между собой упруго-демпфирующими элементами 8, 12 и стержнями-ограничителями 3, направляющими движения рабочего органа и вибрационного возбудителя в форме продольных возвратно-поступательных колебаний относительно положения статического равновесия. Рабочий орган, имеющий форму контейнера с бетонной смесью, перемещается на колесах по нижним ребрам корпуса, выполняющим роль рельсов. Сверху на корпусе 1 установлен асинхронный двигатель 7, вал которого посредством клинового ремня 6 соединен с валом 9 вибровозбудителя 2, создающего направленные силовые возмущения посредством вращающихся в противоположные стороны двух дебалансов 10. Направленные колебания вибрационного возбудителя через упруго-демпфирующие элементы 12 передаются на рабочий орган 5 с бетонной смесью 11 (рисунок 1).



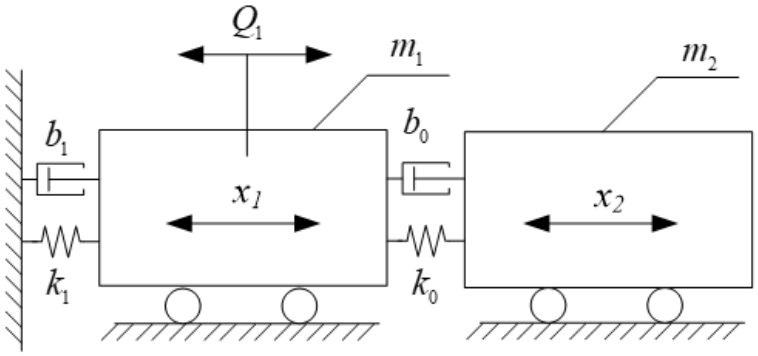
1 – корпус вибростенда, 2 – корпус вибровозбудителя, 3 – стержни-ограничители, 4 – колеса, 5 - рабочий орган, 6 – клиновой ремень, 7 – двигатель, 8 – упруго-демпфирующие элементы, 9 – вал вибровозбудителя, 10 – дебалансы, 11 – бетонная смесь, 12 – упруго-демпфирующие элементы между вибровозбудителем и рабочим органом

Рисунок 1 – Принципиальная схема вибрационного стенда для уплотнения бетонной смеси

На основе принципиальной схемы (рисунок 1) может быть составлена расчетная схема, отображающая существенные особенности динамических взаимодействий элементов системы (рисунок 2).

Элемент m_1 представляет собой массу вибрационного возбудителя, m_2 -массу рабочего органа. Воздействие со стороны вращающихся дебалансов представлено внешним силовым возмущением Q_1. Предполагается, что частота внешнего силового возмущения совпадает с первой частотой резонанса системы. Приложение силового возмущения с частотой свободных колебаний системы приводит к резонансным колебаниям рабочего органа. Динамические особенности работы вибрационной технологической машины определяются формой резонансного пика. Узкий резонансный пик увеличивает вероятность срывов с резонанса, в то время как широкий – снижает её. Динамическое качество работы резонансного режима определяется заданными частотой и амплитудной колебаний рабочего органа, а также коэффициентом передачи возмущений от вибрационного возбудителя на опорную поверхность. Рассматриваются малые

установившиеся колебания системы относительно положения статического равновесия. На форму резонансного пика можно влиять путем изменения параметров системы: массы, жесткости и вязкого трения. Расширение резонансного пика может быть достигнуто увеличением сил вязкого трения; но увеличение сил вязкого трения одновременно приводит к уменьшению высоты резонансного пика, что негативно влияет на эффективность работы машины в резонансном режиме. Базовой гипотезой служит предположение о существовании параметров, которые увеличивали бы ширину резонансного пика, оставляя неизменными значения динамической податливости рабочего органа и коэффициента вибрационной передачи силовых возмущений на опорную поверхность.



b_1, b_0 – демпфирующие элементы, k_1, k_0 – упругие элементы, m_1, m_2 – массы, Q_1 – внешнее силовое возмущение гармонической формы

Рисунок 2 – Расчетная схема вибрационной технологической машины

В качестве задачи исследования выбрана разработка методов и средств, обеспечивающих максимальную ширину резонансного пика амплитудно-частотной характеристики, при условии сохранения параметров резонансного режима - частоты, амплитуды динамической податливости рабочего органа, коэффициента вибрационной передачи.

2 Математическая модель

На основе расчетной схемы (рисунок 2) строится математическая модель двухмассовой вибрационной технологической машины в рамках методологии структурного математического моделирования [20-22]. В качестве обобщенных координат x_1, x_2 рассматриваются смещения сосредоточенных масс m_1, m_2 относительно положений статических равновесий. Для составления системы дифференциальных уравнений Лагранжа 2-ого рода используются выражения для кинетической, потенциальной энергий, а также для функции рассеивания, отображающей особенности сил трения:

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{x}_2^2, \tag{1}$$

$$П = \frac{1}{2}k_1x_1^2 + \frac{1}{2}k_0(x_2 - x_1)^2, \tag{2}$$

$$F = \frac{1}{2}b_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}b_0(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)^2. \tag{3}$$

На основе выражений (1)-(3) система уравнений Лагранжа 2-ого рода принимает матричный вид:

$$M\ddot{x} + B\dot{x} + Kx = q, \tag{4}$$

где $M = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}$ – матрица массоинерционных коэффициентов; $B = \begin{pmatrix} b_1 + b_0 & -b_0 \\ -b_0 & b_1 \end{pmatrix}$ – матрица коэффициентов демпфирования; $K = \begin{pmatrix} k_1 + k_0 & -k_0 \\ -k_0 & k_1 \end{pmatrix}$ – матрица жесткости; $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ – вектор обобщенных координат; $q = \begin{pmatrix} Q_1 \\ 0 \end{pmatrix}$ – вектор силовых возмущений.

Система дифференциальных уравнений (4) под действием интегрального преобразования Лапласа с учетом нулевых начальных условий приводится к системе алгебраических уравнений:

$$\left(Mp^2 + Bp + K\right) X = Q, \tag{5}$$

где X, Q – изображения Лапласа функций-оригиналов x и q, $p = j\omega$, $j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица [23].

Алгебраическая система (5) представляется в виде структурной схемы эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления (рисунок 3).

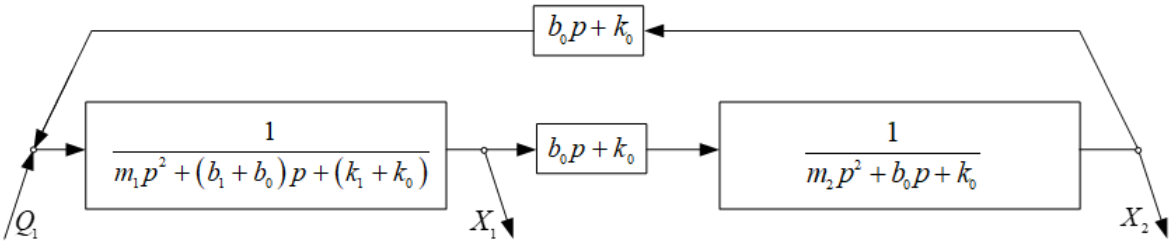


Рисунок 3 – Структурная схема механической колебательной системы на рисунке 2, $p = j\omega$, $j = \sqrt{-1}$

Динамические особенности механической колебательной системы в установившихся формах движения определяются с помощью передаточных функций:

$$W_1(p) = \frac{X_1}{Q}, \tag{6}$$

$$W_2(p) = \frac{X_2}{Q}, \tag{7}$$

$$W_{R1}(p) = \frac{(k_1 + b_1 p) X_1}{Q}. \tag{8}$$

Амплитудно-частотные характеристики соответствующих передаточных функций (6)-(8) имеют вид:

$$A_1(\omega) = \left|\frac{X_1}{Q}\right|_{p=j\omega}, \tag{9}$$

$$A_2(\omega) = \left|\frac{X_2}{Q}\right|_{p=j\omega}, \tag{10}$$

$$A_{R1}(\omega) = \left| \frac{(k_1 + j\omega) X_1}{Q} \right|_{p=j\omega}. \tag{11}$$

На основе амплитудно-частотных характеристик можно выразить совокупность условий на частоты, амплитуды обобщенных координат, силовых возмущений и реакций опорных поверхностей:

$$\omega_{res} = C_0, \tag{12}$$
$$A_2(\omega_{res}) = C_1, \tag{13}$$
$$R_1(\omega_{res}) = R_{01}, \tag{14}$$

где C_0 – частота резонанса (рад/с), C_1 – значение динамической податливости (м/Н), R_{01} – уровень вибрационной передачи от инерционного возбудителя на опорную поверхность (Н/Н).

В целом система имеет 6 параметров $\{m_1, m_2, b_0, b_1, k_0, k_1\}$. Наличие 6-ти параметров с учетом трех условий (12)-(14) позволяет рассматривать ширину резонансного пика в зависимости от трех параметров. Локальной характеристикой, отображающей ширину резонансного пика амплитудно-частотной характеристики, может выступать кривизна, рассчитанная в точке локального максимума:

$$\frac{1}{R_{cr}} = \frac{\left|A_2''(\omega_{res})\right|}{\left(1 + \left(A_2'(\omega_{res})\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}. \tag{15}$$

Здесь и далее $A_2' = dA_2/d\omega$ и $A_2'' = d^2A_2/d\omega^2$ обозначают первую и вторую производные амплитудно-частотной характеристики $A_2(\omega)$ по частоте ω.

Рассчитанный в точке локального максимума, радиус кривизны принимает упрощенный вид:

$$\frac{1}{R_{cr}} = \left|A_2''(\omega_{res})\right|. \tag{16}$$

Для определения параметров, обеспечивающих максимальную ширину резонансного пика, может быть поставлена задача условной минимизации:

$$\begin{aligned} A_2''(\omega_{res})^2 &\to min \\ \omega_{res} &= C_0 \\ A_2(\omega_{res}) &= C_1 \\ R_1(\omega_{res}) &= R_{01}. \end{aligned} \tag{17}$$

Задача условной оптимизации заключается в определении таких параметров, которые, с одной стороны, обеспечивают заданную частоту резонанса, амплитуду колебаний обобщенной координаты на резонансной частоте, и заданное значение коэффициента вибрационной передачи, с другой стороны, достигается минимальная кривизна. В качестве критерия оптимизации используется кривизна амплитудно-частотной характеристики, вычисленная в частоте резонанса.

Для системы с трением расчет резонансных частот производится из условий равенства нулю производных от амплитудно-частотных характеристик, записанных в аналитической форме.

Для систем с малым трением вместо резонансных частот, вычисленных как частоты, доставляющие локальный экстремум амплитудно-частотных характеристик

динамической податливости, могут быть вычислены близкие к ним частоты свободных колебаний системы, аналогичной исходной, но в предположении, что силы трения не учитываются. Для системы без учета трения частоты свободных колебаний вычисляются в аналитической форме на основе характеристического уравнения. Близость резонансной частоты ω_{res} и частоты свободных колебаний ω_{sob} системы без учета трения позволяет сформулировать задачу условной оптимизации в ослабленной постановке, заключающейся в замене частоты резонанса ω_{res} на частоту свободных колебаний ω_{sob}. Близость собственной частоты ω_{sob} к резонансной ω_{res} определяется на основе малости первой производной амплитудно-частотной характеристики. Поэтому может быть сформулирована задача в слабой постановке, для которой критерием оптимальности служит взвешенная сумма первой и второй производной:

$$\begin{gathered}\left(A_2^{'}(\omega_{sob})\right)^2+\delta\cdot\left(A_2^{''}(\omega_{sob})\right)^2\to min\\ \omega_{sob}=C_0\\ A_2(\omega_{sob})=C_1\\ R_1(\omega_{sob})=R_{01}.\end{gathered}\tag{18}$$

Можно полагать, что при малых силах трения задачи в постановке (17), (18) обеспечивают близкие решения, но решение в слабой постановке позволяет выразить условия на параметры в аналитической форме.

3 Структура условий в параметрах амплитудно-частотных характеристик динамической податливости и коэффициента вибрационной передачи

Передаточные функции W_1, W_2 (6)-(7) системы, отображаемой структурной схемой (рисунок 3), являются решением матричного уравнения:

$$\left(Mp^2+Bp+K\right)W=e_1,\tag{19}$$

где $W=\begin{pmatrix}W_1\\W_2\end{pmatrix}$ – вектор передаточных функций, $e_1=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ – вектор координаты приложения внешнего возмущения. Вектор передаточных функции W может быть представлен в виде:

$$W=\xi_1U_1+\xi_2U_2,\tag{20}$$

где ξ_1,ξ_2 – искомые переменные, U_1, U_2 – векторы, отображающие формы собственных колебаний, являются решениями обобщенной задачи на собственные числа.

$$KU_1={\omega_{1sob}}^2MU_1,\ KU_2={\omega_{2sob}}^2MU_2.\tag{21}$$

Собственные числа ${\omega_{1sob}}^2$ и ${\omega_{2sob}}^2$ соответствуют собственным векторам U_1,U_2. Для векторов U_1,U_2 и собственных чисел ω_{1sob}^2 и ω_{2sob}^2 справедливы условия ортогональности:

$$\langle MU_1,\ U_2\rangle=0,\ \langle MU_2,\ U_1\rangle=0,\ \langle KU_1,\ U_2\rangle=0,\ \langle KU_2,U_1\rangle=0,\tag{22}$$

где $\langle\ ,\ \rangle$ – скалярное произведение. Дополнительно предполагается, что выполнены условия нормировки:

$$\langle MU_1,U_1\rangle = 1,\ \langle MU_2,\ U_2\rangle = 1,\ \langle KU_1,\ U_1\rangle = {\omega_{1sob}}^2,\ \langle KU_2,\ U_2\rangle = {\omega_{2sob}}^2. \tag{23}$$

Представление вектора передаточных функций W с помощью форм U1, U2 позволяет выразить амплитудно-частотные характеристики через координаты $\xi 1$, $\xi 2$ в упрощенном виде и получить условия в аналитическом виде в зависимости от собственных частот ${\omega_{1sob}}^2$ и ${\omega_{2sob}}^2$. В частности, условие на фиксированное значение C0 собственной частоты ω_{1sob} принимает вид:

$$k_1 = \frac{{C_0}^2\left({C_0}^2 m_1 m_2 - k_0 m_1 - k_0 m_2\right)}{{C_0}^2 m_2 - k_0}. \tag{24}$$

Условие на постоянство амплитудно-частотной характеристики динамической податливости рабочего органа A_2 имеет вид:

$${C_1}^2 = \frac{{b_0}^2{C_0}^2 + {k_0}^2}{\left(\begin{array}{l}\left(C_0\left(b_0k_1 + b_1k_0\right) - {C_0}^3\left(\left(b_0 + b_1\right)m_2 + b_0m_1\right)\right)^2 + \\ + \left({C_0}^4 m_1m_2 - {C_0}^2\left(\left(k_0 + k_1\right)m_2 + b_0b_1 + k_1m_0\right) + k_0k_1\right)^2\end{array}\right)}. \tag{25}$$

Условие на постоянство амплитудно-частотной характеристики передаточного коэффициента виброизоляции R1 имеет вид:

$${R_{01}}^2 = \frac{\left(m_2{C_0}^4 + \left({b_0}^2 - 2k_0m_2\right){C_0}^2 + {k_0}^2\right)\left({b_1}^2{C_0}^2 + {k_1}^2\right)}{\left(\begin{array}{l}\left(C_0\left(b_0k_1 + b_1k_0\right) - {C_0}^3\left(\left(b_0 + b_1\right)m_2 + b_0m_1\right)\right)^2 + \\ + \left({C_0}^4 m_1m_2 - {C_0}^2\left(\left(k_0 + k_1\right)m_2 + b_0b_1 + k_1m_0\right) + k_0k_1\right)^2\end{array}\right)}. \tag{26}$$

Системный анализ зависимостей между параметрами системы с учетом условий (24)-(26) позволяет охарактеризовать роль отдельных факторов в формировании динамического качества резонансного режима работы вибрационной технологической машины. Базовым методом исследования служит графоаналитический подход.

4 Графоаналитический метод определения оптимальных параметров на основе критерия динамического качества

На рисунке 4а представлены зависимости коэффициента демпфирования b_1 от массы рабочего органа m_2 при различных значениях коэффициента демпфирования b_0. Зависимости коэффициента демпфирования от массы носят сложный характер, особенности которого определяются значением b_0, рассматриваемого в качестве независимого параметра.

На рисунке 4б представлена зависимость массы m_1 от массы m_2 для различных значений коэффициента вязкого трения b_0. Представленная зависимость отображает монотонный характер связи между массами m_1, m_2. Полученные выражения позволяют рассматривать значения C_0, C_1, R_1 как параметры системы, величины m_2, k_0, b_0 как независимые переменные, величины m_1, b_1, k_1 как зависимые переменные. Подстановка полученных выражений в энергетический функционал позволяет свести задачу к поиску минимума функции трех независимых переменных.

В качестве наглядного варианта определения локального минимума может быть рассмотрена зависимость от одной переменной, к примеру, от массы m_2, в предположении, что значения параметров k_0, b_0 фиксированы.

Для определения оптимальных параметров системы интерес представляют точки локальных минимумов целевых функций, рассматриваемых в зависимости от группы свободных переменных. В частности, на основе зависимости от одного конкретного параметра, к примеру, от массы m_2 может быть построен график в точке локального минимума (рисунок 5а). Такой график позволяет определить оптимальную массу рабочего органа. Для учета особенностей обеих функций $(d^2A_2/d\omega^2)^2$, $(dA_2/d\omega)^2$ для определения оптимального параметра может быть рассмотрена так называемая взвешенная энергетическая функция, представляющая собой сумму значений, один из слагаемых которой умножен на весовой коэффициент (рисунок 5б). Взвешенная энергетическая функция также позволяет построить алгоритм поиска минимума, но дополнительно учитывает особенности второй производной.

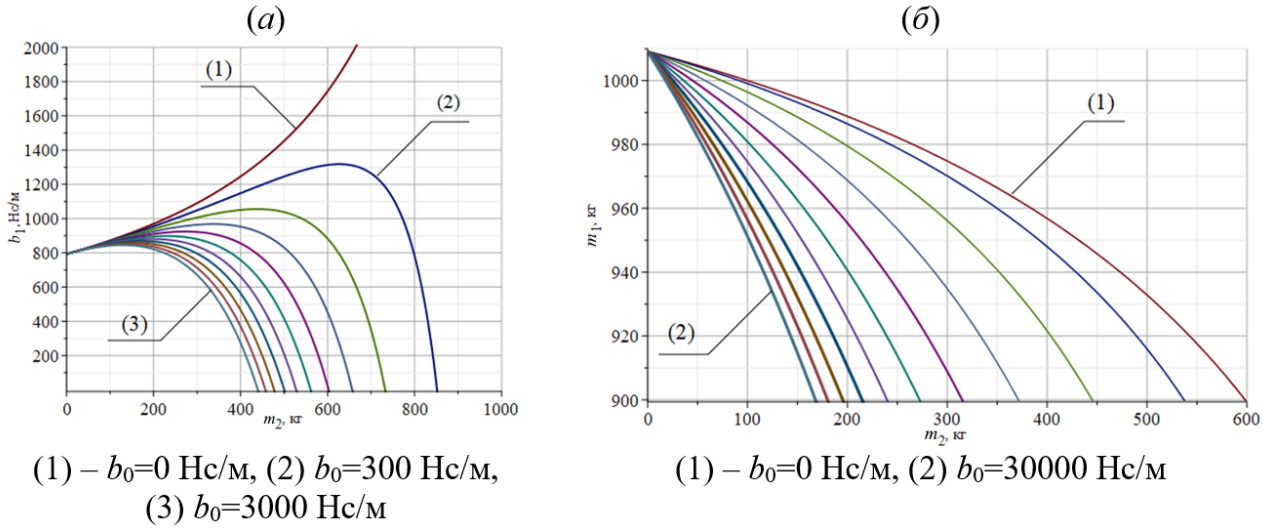


Рисунок 4 – Зависимости между параметрами системы: а - зависимость b_1 от массы m_2 для различных значений коэффициента b_0, изменяющегося в диапазоне 0 – 3000 Нс/м с шагом 300 Нс/м; б – Зависимость m_1 от массы m_2 для различных значений коэффициента b_0, изменяющегося в диапазоне 0 – 30000 Нс/м с шагом 3000 Нс/м

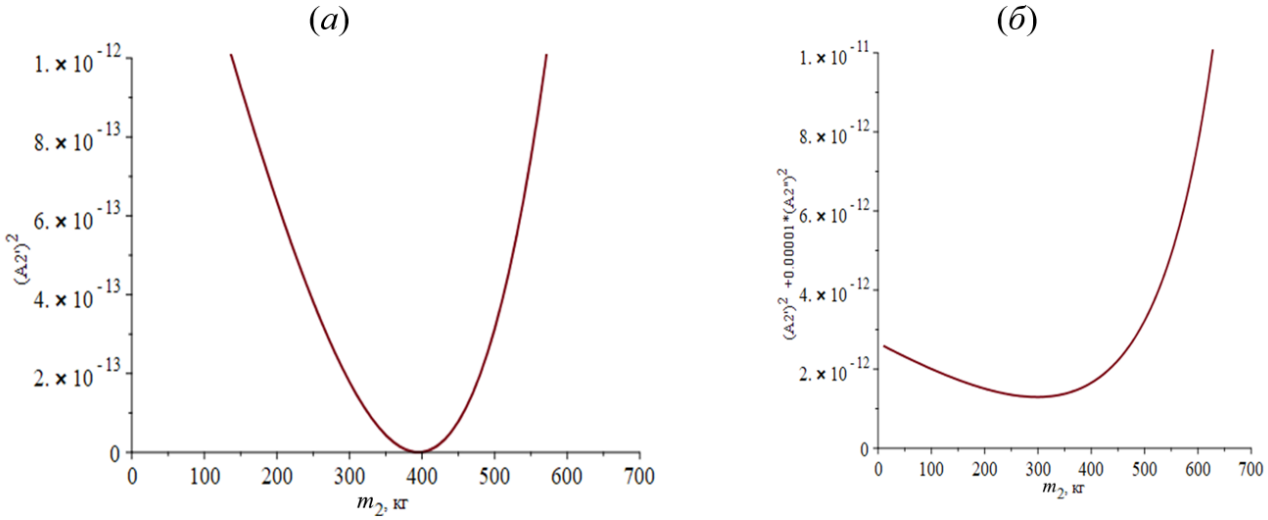


Рисунок 5 – Графики минимизируемой функции: а - критерий $(dA_2/d\omega)^2$ в зависимости от m_2. Критерий пологости резонансного пика; б - весовая энергетическая функция, оптимизируемая в зависимости от m_2

На основе оптимального критического параметра, доставляющего минимум взвешенному энергетическому функционалу (18), вычисляются зависимые параметры, определяемые условиями оптимизации (24)-(26) (таблица 1). Масса m_2 выбрана в качестве варьируемого параметра, значения которого однозначно определяют параметры m_1, b_1, k_1. В общему случае в качестве варьируемых параметров могут быть выбраны три параметра m_2, b_0 и k_0. Для наглядности анализа рассматривается частный случай, когда параметры b_0 и k_0 фиксированы, а параметр m_2 – изменяется с целью поиска наилучшего динамического качества.

Таблица 1 – Результаты оптимизации параметров системы

Названия параметров	**Исходные значения**	**Оптимальные значения**
m_1, кг	100	**[975]**
m_2, кг	1000	**300***
b_0, Нс/м	80	80
b_1, Нс/м	800	**[1079,4]**
k_0, Н/м	10^6	10^6
k_1, Н/м	10^7	**[$1{,}26{\cdot}10^6$]**
$(\mathrm{d}A_2/\mathrm{d}\omega)^2$	$1{,}86{\cdot}10^{-12}$	$1{\cdot}10^{-13}$
$(\mathrm{d}^2A_2/\mathrm{d}\omega^2)^2$	1,117	0,001
$(\mathrm{d}A_2/\mathrm{d}\omega)^2{+}\delta(\mathrm{d}^2A_2/\mathrm{d}\omega^2)^2$	$1{,}004{\cdot}10^{-8}$	$1{,}295{\cdot}10^{-12}$
Ширина резонансного пика, рад/с	0,073	0,708

*Примечание: Звездочка * означает, что m_2 является ключевой независимой переменной в задаче минимизации, значения в скобках [] определяются как зависимые переменные.*

В результате оптимизации масса рабочего органа m_2 уменьшена в три раза, жесткость k_1 в 8 раз, коэффициент b_1 увеличен в 1,3 раза; в совокупности изменения параметров ширина резонансного пика увеличена в 8 раз. Особенности изменения зависят от фиксированных параметров b_0, k_0. Результаты оптимизации по одному независимому параметру, в частности m_2, могут быть наглядно представлены с помощью построения амплитудно-частотных характеристик, соответствующих набору оптимальных параметров.

5 Анализ результатов

Для верификации результата оптимизации проведен сравнительный анализ амплитудно-частотных характеристик исходной и оптимизированной систем. На рисунке 6а представлены графики соответствующих амплитудно-частотных характеристик динамической податливости рабочего органа, демонстрирующие существенное изменение формы резонансного пика в результате оптимизации (рисунок 6а, линия 3) исходной амплитудно-частотной характеристики (рисунок 6а, линия 1). В частности, видно, что система сохранила свои динамические характеристики: значение резонансной частоты и амплитуды в этой частоте (рисунок 6а, линия 2).

Дополнительно необходимо отметить, что изменение ширины резонансного пика динамической податливости рабочего органа не привело к изменению характеристик

вибрационной изоляции, в рамках данной постановки задачи коэффициент вибрационной передачи остается неизменным при варьировании ширины резонансного пика (рисунок 6б).

Результат оптимизации наглядно представлен с помощью амплитудно-частотных характеристик динамической податливости (рисунок 6а) и коэффициентов вибрационной передачи (рисунок 6б) для оптимальных (линии 3) и исходных (линии 1) параметров. Варьирование параметров системы оставляет значение коэффициента вибрационной передачи неизменным.

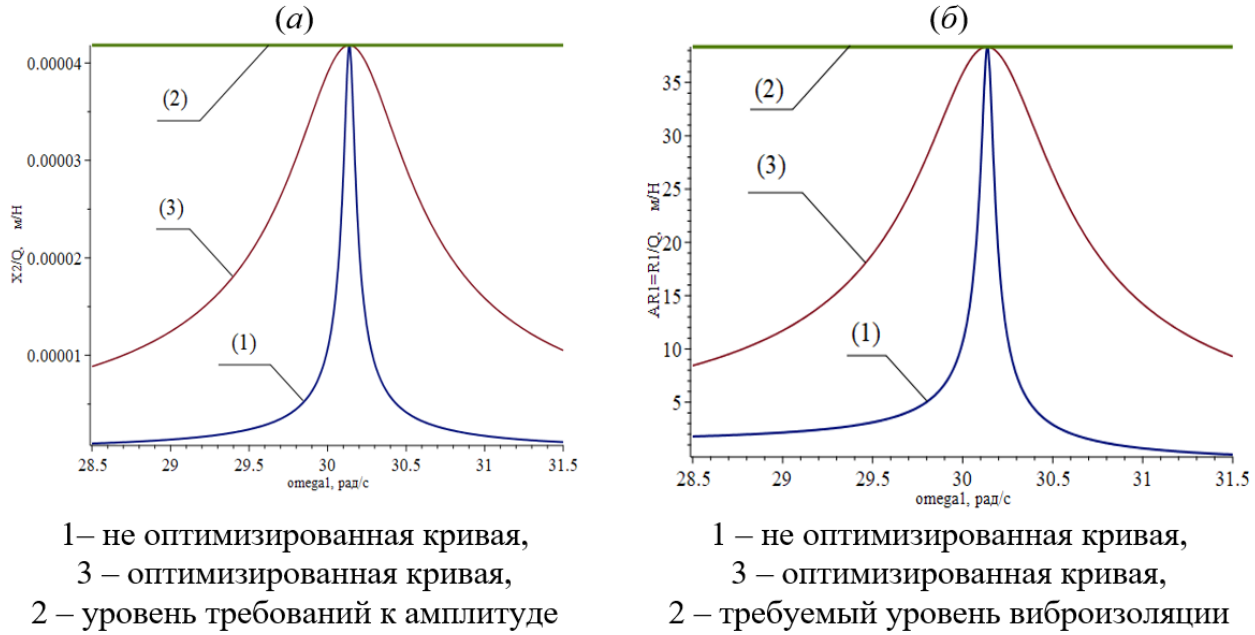


Рисунок 6 – Результат оптимизации по параметру m_2: а - амплитудно-частотные характеристики динамической податливости рабочего органа; б - коэффициент вибрационной передачи на опорную поверхность

Таким образом, оптимизация динамического качества в рамках поставленной задачи позволяет существенно расширить величину резонансного пика, сохранив ключевые динамические особенности неизменным.

Графические материалы подготовлены с использованием программного пакета символьной арифметики [24].

Заключение

Проведенное исследование позволило разработать метод оптимизации параметров резонансных вибрационных машин, направленный на повышение устойчивости рабочего режима без ухудшения основных эксплуатационных показателей.

Научная новизна работы заключается в комплексной постановке задачи условной оптимизации с многокритериальными ограничениями, использовании критерия ширины резонансного пика и применении методологии структурного моделирования для анализа механических колебательных систем.

Практическая значимость подтверждена результатами численного эксперимента для вибростенда уплотнения бетонных смесей. Оптимизация параметров позволила увеличить ширину резонансного пика амплитудно-частотных характеристик динамической податливости рабочего органа в 8 раз при сохранении требуемых значений резонансной частоты, амплитуды колебаний и коэффициента вибропередачи.

Перспективы дальнейших исследований связаны с учетом нелинейных характеристик системы, адаптацией метода для систем с большим числом степеней свободы, интеграцией с методами конечно-элементного анализа для оптимизации распределенных параметров конструкции, а также разработкой адаптивных систем управления.

Список использованных источников

1. Вибрации в технике: справочник в 6-ти томах / Ред. совет: В.Н. Челомей (пред.). – М.: Машиностроение. 1981. Т.4. Вибрационные процессы и машины / Под ред. Э.Э Лавенделла. 1981. – 504 с.

2. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: КомКнига, 2006. – 439 с.

3. Крюков. Б. И. Динамика вибрационных машин резонансного типа. Киев: Наукова думка, 1967. - 208 с.

4. Альтшуль Г.М., Гуськов А.М., Пановко Г.Я. Динамика резонансной вибромашины с равночастотной подвеской рабочего органа и дебалансным возбудителем колебаний // Обогащение руд. - 2022. - N 1. - С. 51-55.

5. Krestnikovskiy K., Panovko G., Shokhin A. Developing system of automatic control resonant mode of a vibrating machine // Vibroengineering PROCEDIA. - 2016. - Vol. 8. - P. 208–212.

6. Panovko G., Shokhin A. Resonant adjustment of vibrating machines with unbalance vibroexciter. problems and solutions. Smart Innovation, Systems and Technologies. - 2020. - Т. 154. - С. 51-62.

7. Лян И.П., Пановко Г.Я., Шохин А.Е. Математическое моделирование процесса настройки вибромашины на резонансный режим при изменении массы технологической нагрузки // В сборнике: XXXIV Международная инновационная конференция молодых ученых и студентов по современным проблемам машиноведения. Сборник трудов конференции. Москва, 2022. - С. 129-136

8. Лян И.П., Пановко Г.Я., Шохин А.Е. К вопросу об энергопотреблении вибрационных технологических машин // В сборнике: XXXI Международная инновационная конференция молодых ученых и студентов по проблемам машиноведения (МИКМУС - 2019). Сборник трудов конференции, 2020. - С. 334-337.

9. Svyshch T., Lanets O. , Maistruk P., Derevenko I., Nazar I., and Khomych I. , «Modeling the operation of an eccentric-pendulum resonant vibration stand for testing aviation industry products,» Vibroengineering Procedia, Vol. 59, pp. 34–40, Sep. 2025, https://doi.org/10.21595/vp.2025.25064

10. Kapalo R., Lanets O., Maistruk P., Voitovich A., Nazar I., and Khomych I., «Mathematical modeling of the operation of a resonant vibration stand with an inertial exciter and hydraulic coupling for testing aviation industry products,» Vibroengineering Procedia, Vol. 59, pp. 28–33, Sep. 2025, https://doi.org/10.21595/vp.2025.25059

11. Денисенко А.Ф., Гаспарова Л.Б. Оценка резонансных режимов привода главного движения токарного станка с бесступенчатым регулированием // Транспортное машиностроение. - 2022. - N 9. - С. 11-21.

12. Гнездилов А. А. О реализации резонансных режимов технологических вибрационных машин // Вестник Алтайского государственного аграрного университета. - 2019. - N 1. - С. 159–163.

13. Федоренко И.Я., Рыбин С.Н., Штерновский А.В. Система удержания вибрационной технологической машины в резонансном режиме работы // Вестник Алтайского государственного аграрного университета. - 2023. – N 12. - С. 76-83.

14. Зедгенизов В.Г., Файзов С.Х. Влияние точки приложения вынуждающей силы в двухмассовой колебательной системе на ее энергоэффективность // Вестник Сибирского государственного автомобильно-дорожного университета. - 2023. - Т. 20, N 1. - С. 12-23.

15. Зедгенизов В.Г., Файзов С.Х. Исследование влияния основных параметров двухмассовой колебательной системы на ее динамические характеристики // iPolytech Journal. - 2022. - Т. 26, N 2. - С. 164-172.

16. Елисеев А.В., Кузнецов Н.К., Зедгенизов В.Г., Миронов А.С. Разработка методов и средств управления динамическим состоянием и виброизоляцией вибрационных технологических машин // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. - 2025. - N 32. - С. 22-29.

17. Елисеев А.В., Миронов А.С. Графоаналитический метод синтеза параметров двухмассной резонансной системы с заданной амплитудно-частотной характеристикой // Journal of Advanced Research in Technical Science. - 2025. - N 49. - С. 30-36.

18. Елисеев А.В., Кузнецов Н.К., Миронов А.С. Системный подход к стабилизации амплитуд в резонансных вибрационных испытаниях с учетом требований к виброизоляции // В сборнике: Современные авиационные технологии. International Conference on Aviation Engineering. материалы XVII Международной научно-практической конференции. Иркутск, 2025. - С. 76-87.

19. Елисеев С.В., Резник Ю.Н., Хоменко А.П., Засядко А.А. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов. Иркутск: Изд.-во ИГУ, 2008. - 523 с.

20. Eliseev S.V Theory of oscillations. Structural mathematical modeling in problems of dynamics of technical objects / Eliseev S.V., Eliseev A.V. Cham, 2019. - 521 p.

21. Eliseev, A.V. Structural Mathematical Modeling Applications in Technological Machines and Transportation Vehicles. Hershey, PA: IGI Global, 2023. https://doi.org/10.4018/978-1-6684-7237-8

22. Eliseev, A. V. & Kuznetsov, N. K. Mathematical Modeling in Machine Transport Dynamics. IGI Global Scientific Publishing. 2026, - 330 p. https://doi.org/10.4018/979-8-3373-0447-2

23. Lurie, A.I. Operational calculus and application in technical applications. M.: Nauka, 1959. - 368 p.

24. Maple. - [Электронный ресурс]. - URL: https://www.maplesoft.com (дата обращения: 22/10/2025).

References

1. Vibrations in technology: reference book in 6 volumes/Ed. advice: V.N. Chelomey (previous). - M.: Mechanical engineering. 1981. T.4. Vibration processes and machines/Ed. E. E. Lavendell. 1981. - 504 p.

2. Timoshenko S.P. Fluctuations in engineering. - M.: KomKniga, 2006. - 439 p.

3. Krukov B. I. Dynamics of vibration machines of resonant type. Kyiv: Naukova Dumka, 1967. - 208 p.

4. Altshul G.M., Guskov A.M., Panovko G.Ya. Dynamics of resonant vibration machine with equal-frequency suspension of the working body and unbalanced vibration exciter//Ore concentration. -2022. - N 1. - P. 51-55.

5. Krestnikovskiy K., Panovko G., Shokhin A. Developing system of automatic control resonant mode of a vibrating machine // Vibroengineering PROCEDIA. - 2016. - Vol. 8. - P. 208–212.

6. Panovko G., Shokhin A. Resonant adjustment of vibrating machines with unbalance vibroexciter. problems and solutions. Smart Innovation, Systems and Technologies. - 2020. - T. 154. - P. 51-62.

7. Liang I.P., Panovko G.Ya., Shokhin A.E. Mathematical modeling of the process of tuning a vibration machine to a resonant mode when the mass of the technological load changes//In the collection: XXXIV International Innovative Conference of Young Scientists and Students on Modern Problems of Mechanical Science. Collection of conference proceedings. Moscow, 2022. - P. 129-136

8. Liang I.P., Panovko G.Ya., Shokhin A.E. On the issue of power consumption of vibration technological machines//In the collection: XXXI International Innovative Conference of Young Scientists and Students on Machine Science (MICMUS - 2019). Collection of conference proceedings, 2020. - P. 334-337.

9. Svyshch T., Lanets O. , Maistruk P., Derevenko I., Nazar I., and Khomych I. , «Modeling the operation of an eccentric-pendulum resonant vibration stand for testing aviation industry products,» Vibroengineering Procedia, Vol. 59, P. 34–40, Sep. 2025, https://doi.org/10.21595/vp.2025.2506

10. Kapalo R., Lanets O., Maistruk P., Voitovich A., Nazar I., and Khomych I., «Mathematical modeling of the operation of a resonant vibration stand with an inertial exciter and hydraulic coupling for testing aviation industry products,» Vibroengineering Procedia, Vol. 59, pp. 28–33, Sep. 2025, https://doi.org/10.21595/vp.2025.2505

11. Denisenko A.F., Gasparova L.B. Assessment of resonant drive modes of the main movement of a stepless lathe//Transport engineering. - 2022. - N 9. - pp. 11-21.

12. Gnezdilov A. A. On the implementation of resonant modes of technological vibration machines//Bulletin of the Altai State Agrarian University. - 2019. - N 1. - P. 159-163.

13. Fedorenko I.Ya., Rybin S.N., Shternovsky A.V. System for holding a vibration technological machine in resonant operation//Bulletin of Altai State Agrarian University. - 2023. - N 12. - P. 76-83.

14. Zedgenizov V.G., Fayzov S.Kh. The influence of the point of application of the forcing force in a two-mass oscillatory system on its energy efficiency//Bulletin of the Siberian State Automobile and Road University. - 2023. - T. 20, N 1. - P. 12-23.

15. Zedgenizov V.G., Fayzov S.Kh. Study of the effect of the main parameters of a two-mass oscillatory system on its dynamic characteristics//iPolytech Journal. - 2022. - T. 26, N 2. - P. 164-172.

16. Eliseev A.V., Kuznetsov N.K., Zedgenizov V.G., Mironov A.S. Development of methods and means for controlling the dynamic state and vibration isolation of vibration technological machines//Transport, mining and construction engineering: science and production. - 2025. - N 32. - P. 22-29.

17. Eliseev A.V., Mironov A.S. Graphoanalytical method for the synthesis of parameters of a two-mass resonance system with a given amplitude-frequency characteristic//Journal of Advanced Research in Technical Science. - 2025. - N 49. - P. 30-36.

18. Eliseev A.V., Kuznetsov N.K., Mironov A.S. Systematic approach to stabilization of amplitudes in resonance vibration tests, taking into account the requirements for vibration isolation//In the collection: Modern aviation technologies. International Conference on Aviation Engineering. materials of the XVII International Scientific and Practical Conference. Irkutsk, 2025. - P. 76-87.

19. Eliseev S.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P., Zasyadko A.A. Dynamic synthesis in generalized problems of vibration protection and vibration isolation of technical objects. Irkutsk: ISU Publishing House, 2008. - 523 p.

20. Eliseev S.V Theory of oscillations. Structural mathematical modeling in problems

of dynamics of technical objects / Eliseev S.V., Eliseev A.V. Cham, 2019. - 521 p.

21. Eliseev, A.V. Structural Mathematical Modeling Applications in Technological Machines and Transportation Vehicles. Hershey, PA: IGI Global, 2023. https://doi.org/10.4018/978-1-6684-7237-8

22. Eliseev, A. V. & Kuznetsov, N. K. Mathematical Modeling in Machine Transport Dynamics. IGI Global Scientific Publishing. 2026, 330 p. https://doi.org/10.4018/979-8-3373-0447-2

23. Lurie, A.I. Operational calculus and application in technical applications. M.: Nauka, 1959. - 368 p.

24. Maple. - [Electronic resource]. - URL: https://www.maplesoft.com (accessed on 22/10/2025).